

Extrait du

Bulletin de l'Union des professeurs de spéciales

n° 214, Avril 2006

Remarques sur l'électrodynamique des corps en mouvement selon Einstein

par Germain ROUSSEaux
INLN – UMR 6638 CNRS
1361 route des Lucioles, 06560 Valbonne

RÉSUMÉ

Il est montré qu'une asymétrie concernant l'interprétation du phénomène d'induction qui a été mentionnée et résolue dans une approche relativiste par Einstein, dans son article fondamental sur l'électrodynamique des corps en mouvement, peut disparaître dans une approche galiléenne.

1. Introduction

Et si Newton était né après Einstein ? Que dirait-t-on de la théorie de la gravitation de Newton ?

On insisterait tout d'abord sur son statut d'approximation d'une théorie plus générale. La théorie de la gravitation de Newton est en fait doublement approximative : c'est une théorie valable aux basses vitesses et pour des champs gravitationnels faibles. En tant qu'approximation, elle est incapable de prévoir, par exemple, la déviation des rayons lumineux par un objet massif ou bien encore l'avancée du périhélie de la planète Mercure. Cependant, elle décrit parfaitement le mouvement de la Terre autour du Soleil, l'effet Foucault ou bien encore l'oscillation d'un pendule.

Fait remarquable : il ne viendrait à personne l'idée de traiter la chute d'une pomme en utilisant le formalisme de la Relativité Générale. On se contente de l'approximation Newtonienne car de toute façon les corrections dites «relativistes» sont tout à fait négligeables et souvent de l'ordre de la barre d'erreur expérimentale. Dans cette approximation, tout se passe comme si l'interaction gravitationnelle était instantanée : en effet le potentiel gravitationnel est solution d'une équation de Poisson avec pour terme source la densité de masse et un coefficient d'interaction qui est la constante de gravitation.

Les travaux de Lorentz, Poincaré et Einstein au début du siècle précédent permirent de réaliser la nécessité d'une généralisation de la théorie de Newton car celle-ci était «en conflit» avec la théorie de l'électromagnétisme. En effet, les équations de Maxwell sont essentiellement des équations d'ondes qui se propagent à la vitesse de la lumière dans le vide. Les deux principes de relativité et de constance de la célérité de la lumière conduisent directement aux transformations de Lorentz de l'espace-temps dont les transformations de Galilée sont l'approximation pour les basses vitesses ($v \ll c$) et sous l'hypothèse de causalité ($x \ll ct$) :

$$x' = x - vt \text{ et } t' = t.$$

Rappelons que l'on aboutit aux transformations galiléennes de Carroll sinon ($x \gg ct$) :

$$x' = x \text{ et } t' = t - \frac{vx}{c^2}.$$

Pour le quadri-vecteur espace temps (x, ct) , on élimine la cinématique de Carroll car elle n'est pas causale : on envisage toujours des régions de l'espace beaucoup plus petites que la distance parcourue par la lumière et une durée des phénomènes telle que la lumière se propage instantanément.

Les équations de Newton étant covariantes selon les transformations de Galilée (elles gardent la même forme sans être pour autant invariantes) et pas selon les transformations de Lorentz, ne peuvent être qu'une approximation.

Très curieusement, les spécialistes de relativité restreinte et générale traitent souvent la limite basse vitesse des équations d'Einstein afin de retrouver la théorie de Newton, mais jamais une prise de limite galiléenne est envisagée pour l'électromagnétisme.

2. L'asymétrie d'Einstein

L'une des principales conséquences de la théorie de la relativité restreinte, appliquée à l'électrodynamique des corps en mouvement, est que le couple charge et courant se transforme comme un quadri-vecteur suivant les transformations de Poincaré-Lorentz. Par conséquent, si l'on considère un fil neutre au repos et parcouru par un courant, celui-là apparaît chargé électriquement pour un observateur en mouvement relatif dans la direction du fil. Si cet observateur est une particule chargée, elle est soumise dans son référentiel à un champ électrique. De retour dans le référentiel du fil au repos, la force « électrique » dans le référentiel de la charge test s'interprète comme la force « magnétique ». Cela démontre que le champ électrique et le champ magnétique ne sont pas indépendants et sont l'expression dans le référentiel où a lieu l'observation de l'entité unificatrice appelée « champ électromagnétique » qui peut s'interpréter, soit comme une force électrique, soit comme une force magnétique selon le point de vue de l'observateur dans l'exemple précédent.

Einstein résuma ce fait dans son article fondateur de 1905 sur la relativité en concluant que « *les forces électriques et magnétiques ne possèdent pas une existence indépendante de l'état de mouvement du système de coordonnées* » [1]. Il souligna clairement « *l'asymétrie intolérable* » qui caractérisait pour lui l'interprétation par la théorie de Lorentz de la loi de Faraday sur l'induction : « *Selon Faraday, lors du mouvement relatif d'un aimant par rapport à un circuit conducteur, un courant électrique est induit dans ce dernier... Du point de vue de l'aimant, il n'y [a] assurément pas de champ électrique, du point de vue du conducteur il y en [a] assurément un. L'existence d'un champ électrique n'[est] donc que relative, dépendante de l'état de mouvement du système de coordonnées utilisé, et il n'[est] possible d'accorder de réalité objective qu'à l'ensemble du champ électrique et du champ magnétique, indépendamment de l'état de mouvement de l'observateur ou du système de coordonnées. C'est le phénomène d'induction magnéto-électrique qui m'a contraint à postuler le principe de relativité (restreinte)* » [1].

Dans son article fondamental de 1905, motivé par la résolution de cette asymétrie, Einstein a en effet postulé le principe de relativité ainsi que l'invariance de la célérité de la lumière c_L . Grâce à une analyse cinématique des concepts de temps et d'espace, il a déduit les transformations de Poincaré-Lorentz et a appliqué celles-ci au jeu

complet des équations de Maxwell. La covariance de ces dernières équations lui a alors permis de déduire les transformations du champ électromagnétique correspondantes afin d'éliminer l'asymétrie de la loi d'induction et de conclure que « *lorsqu'une charge électrique ponctuelle unité se déplace dans un champ électromagnétique, elle est soumise à une force égale à la force électrique présente à l'emplacement de la charge unité et que l'on obtient par transformation du champ dans un système de coordonnées au repos relativement à la charge électrique* », contrairement à l'ancienne formulation de Lorentz qui affirmait que « *lorsqu'une charge électrique ponctuelle unité se déplace dans un champ électromagnétique, elle est soumise, outre la force électrique, à une "force électromotrice" qui, en négligeant les termes proportionnels à la puissance d'ordre supérieure ou égal à 2 de v/c_L , est égale au produit vectoriel de la vitesse du mouvement de la charge unité par la force magnétique* ». Il faut absolument remarquer que dans la logique d'Einstein, l'expression « par transformation du champ » signifie par transformation du champ électromagnétique selon les transformations de Poincaré-Lorentz.

Le but de notre article est de montrer que l'asymétrie soulevée par Einstein peut être résolue dans un cadre galiléen (sans l'intervention des transformations de Poincaré-Lorentz !).

3. L'électromagnétisme galiléen "à la Lévy-Leblond & Le Bellac"

Selon Landau & Lifshitz [2] : « *Le principe de relativité auquel on a associé la limitation de la vitesse de propagation des interactions est appelé principe de relativité d'Einstein, par opposition au principe de relativité de Galilée qui supposait infinie la vitesse de propagation des interactions... On peut passer formellement de la mécanique relativiste à la mécanique classique en faisant tendre la vitesse de la lumière vers l'infini dans les formules de la mécanique relativiste* ». On sait que la mécanique galiléenne a été généralisée par Einstein en 1905 dans un souci de cohérence avec les équations « relativistes » de Maxwell. Lévy-Leblond & Le Bellac ont fait remarquer en 1973 qu'il existait une limite galiléenne du jeu complet des équations de Maxwell en analogie avec la mécanique [3]. Ils ont montré qu'un grand nombre de phénomènes électromagnétiques s'inscrivaient dans un cadre galiléen et on peut dire qu'ils ont d'une certaine manière, effectué la démarche inverse d'Einstein en particularisant l'électromagnétisme « relativiste » en un électromagnétisme « galiléen ».

La démarche de Lévy-Leblond & Le Bellac se résume à évaluer l'ordre de grandeur des paramètres adimensionnels suivant :

$$\varepsilon = \frac{L}{c_L \tau} \text{ et } \xi = \frac{\tilde{j}}{\tilde{\rho} c_L}$$

où L (τ) représente l'ordre de grandeur d'une échelle (un temps) caractéristique du problème électromagnétique envisagé et \tilde{j} ($\tilde{\rho}$) l'ordre de grandeur de la densité de courants (charges) dans le système [4, 5].

4. Résolution de l'asymétrie soulevée par Einstein dans un cadre galiléen

Lévy-Leblond & Le Bellac ont montré que les transformations galiléennes du champ électromagnétique diffèrent suivant la limite électrique ou magnétique [4, 5]. Elles

s'écrivent :

$$\text{Limite magnétique : } \mathbf{B}' = \mathbf{B} \text{ et } \mathbf{E}' = \mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}$$

$$\text{avec } \varepsilon = \frac{L}{c_L \tau} \ll 1 \text{ et } \xi = \frac{\tilde{j}}{\tilde{\rho} c_L} \gg 1.$$

$$\text{Limite électrique : } \mathbf{E}' = \mathbf{E} \text{ et } \mathbf{B}' = \mathbf{B} - \frac{1}{c_L^2} \mathbf{v} \times \mathbf{E}$$

$$\text{avec } \varepsilon = \frac{L}{c_L \tau} \ll 1 \text{ et } \xi = \frac{\tilde{j}}{\tilde{\rho} c_L} \ll 1.$$

Un siècle après l'article d'Einstein, une partie des livres d'enseignement continu-ent d'appeler le produit vectoriel de la vitesse et du champ magnétique le champ électromoteur de Lorentz alors qu'Einstein nous dit que ce terme est un champ électrique après une transformation de Poincaré-Lorentz. Je voudrais faire remarquer que les transformations du champ électromagnétique dans la limite magnétique cor-respondent à la formulation mathématique par Lorentz du phénomène d'induction rappelée dans l'introduction (avec une interprétation physique différente de celle ex-posée ici) et que l'on peut obtenir en postulant la covariance de la force de Lorentz dans un changement de référentiel galiléen. Ainsi, contrairement à l'affirmation de Lorentz, le champ électromoteur est bien un champ électrique qui apparaît selon Lévy-Leblond & Le Bellac dans un changement de référentiel galiléen correspondant à la limite magnétique qui est le domaine d'application naturel du phénomène d'induction de Faraday. Ainsi le phénomène d'induction magnéto-électrique est compatible avec le principe de relativité, comme le souligne Einstein, bien que les transformations de Poincaré-Lorentz ne soient pas nécessaires à la disparition de l'asymétrie remarquée par Einstein en ce sens que les transformations de Galilée au travers de la limite magnétique à la Lévy-Leblond & Le Bellac soient suffisantes pour résoudre l'asymétrie.

Je propose donc la formulation suivante : « lorsqu'une charge électrique ponctuelle unité se déplace dans un champ électromagnétique, elle est soumise, outre le champ électrique dans le repère au repos, à un champ électrique "effectif" dans son repère qui est égal au produit vectoriel de la vitesse du mouvement de la charge unité par le champ magnétique (invariant) dans la limite magnétique galiléenne ». Par ailleurs, un reproche que l'on peut faire à la manière einsteinienne de résoudre l'asymétrie est de constater qu'expérimentalement le circuit et l'aimant se déplacent avec une vitesse relative bien en deçà de la vitesse de la lumière, et que donc une résolution galiléenne est plus naturelle qu'une résolution utilisant les transformations de Poincaré-Lorentz.

5. Conclusion

Ainsi, de notre point de vue, on trouve une résolution mathématique indirecte dans l'article de 1973 de Lévy-Leblond & Le Bellac de l'asymétrie soulevée par Einstein en 1905 qui n'a pas été relevée jusqu'à présent. Contrairement à ce que pensait Lorentz, le champ « électromoteur » est bien un champ électrique « effectif » qui apparaît dans un changement de référentiel galiléen dans le cadre de la limite magnétique de Lévy-Leblond & Le Bellac. Ainsi, je ne partage pas la lecture des historiens du sujet comme R. Rynaziewicz et J. Norton [6, 7]. En effet, je pense qu'Einstein a tenté de résoudre l'asymétrie dans le cadre galiléen et qu'à défaut d'avoir trouvé les limites galiléennes (dont la théorie de Lorentz est un mélange sans la propriété additive d'un groupe pour les transformations) et motivé par d'autres raisons [7], il s'est « contenté » (dans un éclair de génie, certes) d'une résolution via les transformations de Poincaré-Lorentz.

Références bibliographiques

- [1] A. EINSTEIN, *Œuvres Choisies 2, Relativité I, Relativités restreinte et générale*, Seuil/CNRS, p. 30-58, 1993.
- [2] L. LANDAU & E. LISCHITZ, *Théorie des Champs*, Mir.
- [3] M. LE BELLAC & J.-M. LÉVY-LEBLOND, *Galilean Electromagnetism, Il Nuovo Cimento*, Vol. 14B, N. 2, 11 Aprile, p. 217-233, 1973.
- [4] G. ROUSSEAU & A. DOMPS, *Remarques supplémentaires sur l'approximation des régimes quasi-stationnaires en électromagnétisme*, Bulletin de l'Union des Professeurs de Physique et de Chimie, Vol. 98, 868 (2), p. 71-86, Novembre 2004. Article (not printable) available online at : <http://www.udppc.asso.fr/bup/868/0868D071.pdf>.
- [5] G. ROUSSEAU, *Lorenz or Coulomb in Galilean Electromagnetism ?*, EuroPhysics Letters, 71 (1), p. 15-20, 2005 ; <http://fr.arxiv.org/abs/physics/0502129>.
- [6] R. RYNASIEWICZ, *The Construction of the Special Theory : Some Queries and Considerations*, in *Howard and Stachel, Einstein : the Formative Years, 1879-1909 : Einstein Studies*, Volume 8. Boston : Birkhäuser., p. 159-201, 2000.
- [7] J. NORTON, *Einstein's Investigations of Galilean Covariant Electrodynamics Prior to 1905*, Archive for History of Exact Sciences, Volume 59, Number 1, p. 45-105, November 2004. Preprint on philsci-archive :
<http://philsci-archive.pitt.edu/archive/00001743/02/Norton.pdf>.