# Sur la théorie de Riemann-Lorenz de l'électromagnétisme classique

par **Germain ROUSSEAUX**
Institut non-linéaire de Nice (INLN) - Sophia Antipolis
CNRS (UMR 6618) - 06560 Valbonne
Germain.Rousseaux@inln.cnrs.fr
http://www.inln.cnrs.fr/~rousseaux/

*Dans les sujets de philosophie et de science, un calme despotique est habituellement le triomphe de l'erreur*
***Stanley Jevons***

**RÉSUMÉ**

*L'auteur suggère de remplacer la théorie de Heaviside-Hertz de l'électromagnétisme classique par celle de Riemann-Lorenz. La raison principale est de donner du sens physique à l'interprétation des expériences.*

## 1. INTRODUCTION

C'est une banalité de dire que la science progresse souvent par ruptures avec des conceptions anciennes que l'on avait érigées en dogmes en particulier à partir du moment où ces idées étaient enseignées. Il suffit de penser à la révolution dans notre perception de la mécanique qu'a introduit Albert EINSTEIN en rompant avec l'ancienne vision newtonienne [1]. Loin de moi l'idée de comparer la présente démarche avec celle d'EINSTEIN, mais il m'est apparu absolument vital ces derniers temps de témoigner auprès de mes pairs de la nécessité d'une nouvelle rupture dans notre appréhension d'un des sujets les plus connus de la physique en l'occurrence la théorie dite de « Maxwell » de l'électromagnétisme classique. En effet, c'est Heinrich HERTZ qui a résumé de la manière la plus simple possible notre vision commune et toujours actuelle de l'électromagnétisme classique par sa désormais célèbre maxi-me : « La théorie de Maxwell, ce sont ses équations » [2]. Si pour de nombreux physiciens elles sont « d'une pureté de diamant » en suivant Pierre-Gilles DE GENNES, il me semble que le diamant reste à être taillé car il est encore sous la forme vulgaire dans laquelle le porion James Clerk MAXWELL l'a extraite de la mine d'idées bouillonnantes du XIX$^e$ siècle. Mon but est d'enlever la gangue autour du diamant puis de révéler le joyau qui y sommeille. Je tacherai d'éviter le formalisme excessif mais je supposerai que le lecteur a suivi un cours d'électromagnétisme dont le niveau se situe deux années après le baccalauréat [3].

Les équations de « Maxwell » qui régissent les phénomènes électromagnétiques s'écrivent [3] :

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \qquad \text{Équation de Thomson}$$

$$\partial_t \mathbf{B} = -\nabla \times \mathbf{E} \qquad \text{Équation de Faraday}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad \text{Équation de Gauss}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \frac{1}{c_L^2} \partial_t \mathbf{E} \qquad \text{Équation d'Ampère}$$

Le lecteur averti reconnaît le champ magnétique **B** et le champ électrique **E** qui sont donc les inconnues du problème à condition de se donner préalablement les sources en l'occurrence les charges $\rho$ et les courants **j** qui sont reliés par l'équation de conservation de la charge :

$$\nabla \cdot \mathbf{j} + \frac{\partial \rho}{\partial \mathbf{t}} = 0 \qquad \text{Conservation de la charge}$$

On rappelle que la vitesse de la lumière $c_L$ dans le vide s'exprime en fonction de deux caractéristiques électromagnétiques du vide à savoir la perméabilité $\mu_0$ et la permittivité $\varepsilon_0$ :

$$c_L = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \varepsilon_0}}$$

Il arrive que la résolution d'un problème électromagnétique se fasse non pas en utilisant les champs mais des grandeurs que l'on appelle potentiels. La quasi-totalité des livres d'électromagnétisme présente ces potentiels comme des artifices mathématiques dénués de sens physique servant uniquement à calculer les champs. Ce constat résulte de trois causes. Premièrement (I), il est admis que les potentiels vecteur **A** et scalaire V n'ont pas de définition propre car ils sont introduits à partir des champs magnétique **B** et électrique **E** :

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$$

$$\mathbf{E} = -\partial_{\mathbf{t}} \mathbf{A} - \nabla V$$

Deuxièmement (II), de par cette définition indirecte, il est admis que les potentiels sont indéterminés selon ce que l'on appelle les transformations de jauge. Les potentiels vecteur et scalaire, de la forme :

$$\mathbf{A}' = \mathbf{A} + \nabla \Lambda$$

$$V' = V - \partial_t \Lambda$$

sont aussi solutions des équations de Maxwell et laissent invariants les champs électrique et magnétique. $\Lambda(\mathbf{x}, t)$ est appelée la fonction de jauge. Cette « indétermination » des potentiels vecteur et scalaire est à l'origine du choix d'une « condition de jauge » qui consiste à suppléer la théorie d'une équation mathématique dénuée de sens physique servant à « fixer » les potentiels. On dit que les équations de Maxwell sont « invariantes de jauge » par ces transformations simultanées des potentiels.

Troisièmement (III), il est admis que les potentiels sont des quantités non-mesurables.

Je vais dans la suite de l'exposé construire une théorie de l'électromagnétisme classique cohérente avec tous les faits expérimentaux et qui contrairement à la théorie précédente donne du sens aux « potentiels » ainsi qu'aux « conditions de jauge ». Les équations de « Maxwell » seront une conséquence directe de cette théorie.

## 2. NOUVELLE FORMULATION DE L'ELECTROMAGNETISME CLASSIQUE

Tout d'abord, j'aimerais faire remarquer au lecteur que MAXWELL n'a jamais écrit les équations qui portent son nom. Cette formulation a été introduite par Heinrich HERTZ et Oliver HEAVISIDE [2]. La théorie que je propose est en fait bien connue sur le plan des mathématiques mais j'entends la replacer dans le cadre d'une interprétation physique en me basant sur les fulgurances intellectuelles que la lecture des Experimental Researches de Michael FARADAY avait fait germer dans l'esprit de James Clerk MAXWELL [4, 5, 6].

Bernhard RIEMANN a proposé quelques années avant MAXWELL que le potentiel scalaire pouvait se propager dans le vide suivant l'équation suivante [2, 4, 7] :

$$\nabla^2 V - \frac{1}{c_L^2}\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} = -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \qquad \text{Équation de Riemann pour } V$$

L'idée géniale de RIEMANN a été de combiner une équation de propagation à la D'ALEMBERT (sans membre de droite) qui décrivait par exemple la propagation d'un ébranlement le long d'une corde ou bien la condensation puis la raréfaction d'une onde acoustique avec une équation de POISSON (sans le terme dépendant du temps) qui décrivait par exemple la répartition de potentiel gravitationnel en fonction de la distribution de masse qui la créait.

À la même époque, Ludwig LORENZ s'intéressait à la propagation dans les fils électriques à la suite des travaux de Gustav KIRCHOFF et de Franz NEUMANN qui avaient utilisés dans leurs recherches la notion d'un « potentiel vecteur » rendant compte de l'interaction entre deux fils parcourus par des courants [2, 4, 7]. En faisant, l'hypothèse que le potentiel vecteur se propageait comme le potentiel scalaire et en utilisant l'équation de conservation de la charge, LORENZ en avait déduit l'équation qui porte maintenant son nom sans en discuter le sens physique :

$$\nabla^2 \mathbf{A} - \frac{1}{c_L^2}\frac{\partial^2 \mathbf{A}}{\partial t^2} = -\mu_0 \mathbf{j} \qquad \text{Équation de Riemann pour } \mathbf{A}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{A} + \frac{1}{c_L^2}\frac{\partial V}{\partial t} = 0 \qquad \text{Équation de Lorenz}$$

La présentation de l'électromagnétisme que je juge satisfaisante pour l'interprétation physique est basée sur la remarque suivante. Les quatre équations de Heaviside-Hertz et l'équation de conservation de la charge peuvent être obtenues par dérivations évidentes en postulant que les potentiels sont solutions des équations de propagation de Riemann avec sources et qu'ils sont reliés par l'équation de Lorenz. De plus, je définis les champs à partir des potentiels par dérivations spatiale et temporelle et non pas l'inverse comme dans la théorie actuelle. Tels sont les principes mathématiques sur lesquels je fais reposer ma démarche « explicative » que je vais tacher de préciser quant au sens dans la suite. Sur le plan de la structure, je considère que les potentiels sont des grandeurs primaires et que leur dépendance spatio-temporelle est régie par la donnée des courants et des charges *via* la résolution des équations de Riemann. En outre, j'admets que ces potentiels satisfont à une condition supplémentaire à savoir l'équation de Lorenz.

Je vais montrer quelles sont les raisons pour lesquelles j'entends bâtir l'électromagnétisme classique sur les potentiels. Pour cela, je donnerai une définition physique de ces potentiels. Ensuite, je rejetterai l'interprétation ou plutôt la non-interprétation actuelle de ces grandeurs en montrant la vacuité des arguments I, II et III. Enfin, je résumerai les principaux résultats auxquels cette présentation de l'électromagnétisme m'a conduit récemment.

## 3. LES DEFINITIONS DES POTENTIELS

En suivant THOMSON et MAXWELL[1], je définis les potentiels de la manière suivante [4] :

- Le potentiel scalaire en un point M est l'énergie qu'un opérateur extérieur doit fournir mécaniquement à une charge unité pour l'amener de l'infini où par convention celui-ci est nul vers le point M.

  THOMSON : *« The potential at a point is the work which would be done on a unit of positive electricity by the electric forces if it were placed at that point without disturbing the electric distribution, and carried from that point to an infinite distance : or, what comes to the same thing, the work which must be done by an external agent in order to bring the unit of positive electricity from an infinite distance (or from any place where the potential is zero) to the given point ».*

- Le potentiel vecteur en un point M est l'impulsion qu'un opérateur extérieur doit fournir mécaniquement à une charge unité pour l'amener de l'infini où par convention celui-ci est nul vers le point M.

  *MAXWELL : « The Electrokinetic momentum at a point represents in direction and magnitude the time-integral of the electromotive intensity which a particle place at this point would experience if the currents were suddenly stopped ».*

  *« The conception of such a quantity, on the changes of which, and not on its absolute magnitude, the induction currents depends, occurred to Faraday at an early stage of his Researches. He observed that the secondary circuit, when at rest in an electromagnetic field which remains of constant intensity, does not show any electrical effect, whereas, if the same state of the field had been suddenly produced, there would have been a current. Again, if the primary circuit is removed from the field, or the magnetic forces abolished, there is a current of the opposite kind. He therefore recognised in the secondary circuit, when in the electromagnetic field, a "peculiar electrical condition of matter" to which he gave the name of Electrotonic State : "Again and again the idea of an electrotonic state has been forced on my mind"… Faraday was led to recognize the existence of something which we now know to be a mathematical quantity, and which may even be called the fundamental quantity in the theory of electromagnetism ».*

  *« Let $A_x$, $A_y$, $A_z$ represent the components of the electromagnetic momentum at any point of the field, due to any system of magnets or currents. Then $A_x$ is the total impulse of the electromotive force in the direction of x that would be generated by the removal of these magnets or currents from the field, that is, if $E_x$ be the electromotive force at any instant during the removal of the system :*

$$A_x = \int E_x dt$$

  *Hence the part of of the electromotive force which depends on the motion of magnets or currents in the field, or their alteration of intensity, is :*

$$E_x = -\frac{\partial A_x}{\partial t} \quad E_y = -\frac{\partial A_y}{\partial t} \quad E_z = -\frac{\partial A_z}{\partial t}.$$

[1] Si vous souhaitez une traduction en français des passages anglais de MAXWELL, vous pouvez aller consulter le site Gallica où les œuvres de MAXWELL sont présentées : `http://gallica.bnf.fr/`

*If there is no motion or change of strength of currents or magnets in the field, the electromotive force is entirely due to variation of electric potential, and we shall have :*

$$E_x = -\frac{\partial V}{\partial x} \quad E_y = -\frac{\partial V}{\partial y} \quad E_z = -\frac{\partial V}{\partial z} \text{ ».}$$

Maxwell appelait le potentiel vecteur soit l'intensité électrotonique, soit la quantité de mouvement électrocinétique, soit la quantité de mouvement électromagnétique. Clairement, il l'identifiait à une impulsion généralisée au sens de la mécanique analytique de Lagrange [2, 4, 6, 8, 9].

Contrairement à l'argument I, les potentiels ont bien une définition propre indépendante de celle de champs. J'affirme que ces définitions rendent compte de toutes les expériences en électromagnétisme classique et que le lecteur éventuellement en désaccord avec celles-ci se doit alors de montrer leurs contradictions avec les faits expérimentaux.

De part ces définitions, il est évident que les potentiels sont définis par rapport à une référence et sont donc intrinsèquement des grandeurs relatives. Ceci mérite d'être précisé. En effet, un problème bien défini se doit de spécifier le système d'étude, les données et les inconnues. Ici, le système est une région de l'espace dans laquelle on spécifie la distribution de charges et de courants qui sont connues et à partir desquelles on cherche la répartition spatio-temporelle des potentiels. Ainsi, on distingue le volume à l'intérieur de cette région et le volume à l'extérieur. Ces deux volumes sont délimités par une surface de séparation. Il est crucial de préciser que le volume extérieur n'influence pas les phénomènes dans le volume intérieur (passage d'une onde lumineuse entre les deux par exemple). De plus, afin de résoudre les équations de Riemann, on se doit de spécifier les conditions aux limites à l'interface entre les deux volumes. Il est d'usage de prendre comme référence l'infini où les potentiels s'annulent loin de leur source (la notion de volume extérieur est caduque dans ce cas). Cependant, il existe des cas où le système d'étude est limité par une surface pour laquelle on doit spécifier les conditions sur celle-ci (la cage de Faraday). Nous allons montrer comment traiter le cas le plus général sans spécifier *a priori* de conditions aux limites.

La résolution des équations de propagations des potentiels avec terme source fournit les expressions dites « aux potentiels retardés » [3] :

$$V(M,t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \iiint \frac{\rho(P, t - PM/c_L)}{PM} d\tau$$

$$\mathbf{A}(M,t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint \frac{\mathbf{j}(P, t - PM/c_L)}{PM} d\tau$$

Dans le cadre de l'approximation des régimes quasi-stationnaires où l'on néglige le retard dû à la propagation, les solutions aux équations de Riemann deviennent [3] :

$$V(M,t) \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \iiint \frac{\rho(P,t)}{PM} d\tau$$

$$\mathbf{A}(M,t) \approx \frac{\mu_0}{4\pi} \iiint \frac{\mathbf{j}(P,t)}{PM} d\tau$$

Que se soit avec ou sans retard, les solutions que nous venons d'écrire présupposent l'annulation des potentiels loin de leurs sources dans une région D non-bornée physiquement. Sinon, on se doit de spécifier la valeur des potentiels ainsi que leur gradient sur la surface frontière $\partial D$ [10]. En effet, la solution la plus générale s'écrit suivant le théorème de Green sous la forme de trois termes (on prend le cas du potentiel scalaire sachant que le cas pour le potentiel vecteur est similaire) :

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint_D \frac{\rho(\mathbf{r}')}{R}d\tau + \iint_{\partial D}\frac{\nabla V(\mathbf{r}')}{4\pi R}\cdot d\mathbf{S} + \iint_{\partial D}\frac{V(\mathbf{r}')}{4\pi R^2}d\mathbf{S}$$

Si $\nabla V(\mathbf{r}') = 0$ et $V(\mathbf{r}') = cste = V_0$ sur $\partial D$, alors :

$$V(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint_D \frac{\rho(\mathbf{r}')}{R}d\tau + V_0$$

Le potentiel scalaire constant $V_0$ est issu de toutes les contributions des charges présentes en dehors de la région d'étude. C'est en ce sens que le potentiel scalaire est indéterminé à une constante près. En effet, il faudrait connaître la position et l'histoire de la distribution de charge externe à l'origine de $V_0$ pour que le problème soit posé correctement. En pratique, on admet ne pas connaître cette constante car elle n'intervient pas dans les résultats des calculs qui font intervenir des différences de potentiels. Est-ce à dire que cette constante n'a pas d'effet physique ? Non. Imaginons deux expériences réalisées chacune dans une cage de Faraday dont le potentiel constant est différent. Les résultats des expériences seront indépendants de ces potentiels constants. Maintenant, si l'on relie les deux cages de Faraday par un fil conducteur, un courant électrique passera du potentiel le plus élevé au plus bas. Ainsi, même si cette constante peut sembler inaccessible voire non-importante, les accidents qui arrivent tous les jours à cause d'appareils non-reliés à une prise de terre commune nous rappellent son rôle fondamental.

En résumé, on peut dire par abus de langage que les potentiels sont indéterminés à une constante près aux réserves près mentionnées ci-dessus. L'argument III n'a donc aucun sens car en raison de leur définition en fonction d'une référence, on ne peut mesurer que des différences de potentiels. Qu'en est-il des transformations de jauges ? Nous voudrions faire remarquer au lecteur que celles-ci s'introduisent dans la théorie à condition de définir les potentiels à partir de champs. Comme la théorie de Riemann-Lorenz définit les potentiels de manière indépendante des champs, les transformations de jauge disparaissent naturellement.

Pour le lecteur qui douterait encore que les potentiels soient bien déterminés, nous reproduisons une démonstration due à Louis DE BROGLIE et qui remonte à 1948 ! La fonction de jauge doit satisfaire l'équation de d'Alembert sous la « jauge » de Lorenz pour que cette dernière soit invariante pour les transformations simultanées des potentiels :

$$\nabla^2\Lambda - \frac{1}{c_L^2}\frac{\partial^2\Lambda}{\partial t^2} = 0$$

Dans une région très éloignée de charges et courants électriques où le champ électromagnétique est nul, il est « naturel » de poser $V = 0$ et $\mathbf{A} = \mathbf{0}$. Imaginons qu'un corpuscule de masse $m$ et de charge $q$ se déplace dans cette région de l'espace. Son énergie et son impulsion relativistes (nous sommes dans le cadre de la « jauge » relativiste de Lorenz) s'écrivent :

$$E = \frac{mc_L^2}{\sqrt{1-\beta^2}} + qV = \frac{mc_L^2}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\mathbf{p} = \frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1-\beta^2}} + q\mathbf{A} = \frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1-\beta^2}}$$

$$\beta = \frac{v}{c_L}$$

Si l'on admet l'invariance de jauge, on peut remplacer les potentiels nuls par de nouveaux. De Broglie a proposé la fonction de jauge suivante qui est solution de l'équation de d'Alembert (K est une constante) :

$$\Lambda(x, y, z, t) = \frac{K}{2}\left(x^2 - c_L^2 t^2\right)$$

L'énergie et l'impulsion du corpuscule deviennent :

$$E = \frac{mc_L^2}{\sqrt{1-\beta^2}} + Kqc_L^2 t$$

$$p_x = \frac{mv_x}{\sqrt{1-\beta^2}} + qA_x = \frac{mv_x}{\sqrt{1-\beta^2}} + Kqx$$

Ces deux dernières formules sont évidemment inacceptables puisque l'énergie serait une fonction du temps et que l'impulsion serait une fonction linéaire de la position ce qui entraînerait une indétermination de la longueur d'onde associée au corpuscule :

$$\lambda = \frac{h}{p}$$

Les potentiels ne sont donc pas indéterminés selon les transformations de jauge.

## 4. JUSTIFICATION DE L'UTILISATION DES EQUATIONS DE RIEMANN ET DE LORENZ

J'aimerais pouvoir justifier les postulats de la théorie de Riemann-Lorenz en me basant sur les faits expérimentaux. Celle-ci permet de retrouver tous les résultats de la théorie de Heaviside-Hertz mais certaines conséquences de la théorie que je propose n'ont pas encore été observées (la propagation longitudinale de la lumière) ce qui me pousse à préférer une présentation axiomatique de la théorie.

De même que la mécanique newtonienne est l'approximation galiléenne de la mécanique einsteinienne, la théorie de Riemann-Lorenz a pour approximations galiléennes les limites dites « électrique » et « magnétique » de J.-M. LÉVY-LEBLOND et M. LE BELLAC (voir plus loin). Je préfère donc me baser sur une théorie covariante suivant les transformations de Poincaré-Lorentz et en déduire la limite covariante suivant les transformations de Galilée.

Les équations de Riemann sont covariantes suivant les transformations de Poincaré-Lorentz et permettent de retrouver par dérivations les équations de Heaviside-Hertz qui sont corroborées par plusieurs justifications expérimentales que je ne développerais pas et que je considère connues du lecteur.

Je voudrais maintenant donner une tentative d'explication pour le choix de l'équation de Lorenz $\left(\nabla \cdot \mathbf{A} + \frac{1}{c_L^2}\frac{\partial V}{\partial t} = 0\right)$ comme hypothèse de départ dans la théorie en m'appuyant sur une analogie entre la mécanique des fluides et l'électromagnétisme.

Avant cela, j'aimerai faire remarquer au lecteur que cette équation a la forme d'une équation de continuité : divergence d'un flux plus dérivée temporelle d'une densité égale à zéro. Ensuite, selon WHITTAKER [11], RIEMANN a fait remarquer il y a bien longtemps la ressemblance entre cette équation et l'équation de continuité d'un fluide $\left(\nabla \cdot \mathbf{u} + \frac{1}{\rho}\frac{D\rho}{Dt} = 0\right)$. L'auteur a récemment précisé la pensée de RIEMANN en montrant que l'équation de continuité hydrodynamique pouvait s'écrire sous une forme strictement analogue à l'équation de Lorenz en considérant des ondes acoustiques $\left(\nabla \cdot \delta\mathbf{u} + \frac{1}{c_S^2}\frac{\partial\left(\frac{\delta p}{\rho_0}\right)}{\partial t} = 0\right)$ [12]. En hydrodynamique, la propagation de la perturbation de vitesse est indissociable de celle de la perturbation de pression : soit l'écoulement est incompressible et il n'y a pas d'ondes acoustiques, soit l'écoulement est compressible et il y a simultanément des ondes de pression et de vitesse. Par analogie avec la mécanique des fluides, je propose donc que si les potentiels se propagent selon une équation de Riemann alors ils doivent obéir à une équation de continuité électromagnétique à savoir l'équation de Lorenz. De plus, cette équation impose l'équation de continuité pour la charge et est covariante selon les transformations de Poincaré-Lorentz. L'auteur a montré en outre que la pression était analogue au potentiel scalaire et que la vitesse (quantité de mouvement par unité de masse) était analogue au potentiel vecteur (quantité de mouvement par unité de charge) [12]. MAXWELL avait déjà exprimé ce point de vue non seulement pour le potentiel vecteur comme on l'a vu plus haut mais aussi pour le potentiel scalaire : *« Potential, in electrical science, has the same relation to Electricity that Pressure, in Hydrostatics, has to Fluid… Electricity and Fluids all tend to pass from one place to another if the Potential, Pressure is greater in the first place than in the second ».*

Pourquoi MAXWELL n'a-t-il pas proposé la présente théorie alors qu'il connaissait les articles de RIEMANN et de LORENZ ? La réponse se trouve dans une note écrite par MAXWELL sur la théorie électromagnétique de la lumière [7] : *« From the assumption of both these papers we may draw the conclusions, first, that action and reaction are not always equal and opposite, and second, that apparatus may be constructed to generate any amount of work from its own resources. For let two oppositely electrified bodies A and B travel along the line joining them with equal velocities in the direction AB, then if either the potential or the attraction of the bodies at a given time is that due to their position at some former time (as these authors suppose), B, the foremost body, will attract A forwards more than B attracts A backwards. Now let A and B be kept asunder by a rigid rod. The combined system, if set in motion in the direction AB, will pull in that direction with a force which may either continually augment the velocity, or may be used as an inexhaustible source of energy. »*

En clair, MAXWELL a rejeté les conséquences relativistes de la théorie de Riemann-Lorenz en ce sens que la troisième loi de Newton n'est plus valide en relativité einsteinienne car elle présuppose la simultanéité de l'action et de la réaction ce qui est incompatible avec le principe de relativité comme l'a démontré Henri POINCARE : deux événements étant observés dans un référentiel qui semblent simultanés, ne sont plus simultanés étant observés dans un autre référentiel [13, 14]. De plus, la théorie proposée par MAXWELL reposait sur son utilisation exclusive de l'équation de Coulomb $(\nabla \cdot \mathbf{A} = 0)$ qui imposait une propagation instantanée du potentiel scalaire qui, de notre point de vue, avait deux avantages absolument cruciaux pour MAXWELL : le premier était que cette propagation instantanée garantissait la simultanéité de l'attraction coulombienne et donc la validité de la troisième loi de Newton ; le second était que le potentiel vecteur (donc les champs) était transverse pour une onde électromagnétique en accord avec la théorie optique de la lumière qui avait démontré le caractère transverse de la lumière grâce aux expériences de polarisation dues à FRESNEL.

Le premier avantage a été rejeté par POINCARE comme nous l'avons rappelé plus haut. Le second a été rejeté par l'auteur en montrant que l'utilisation de l'équation de Coulomb était confinée à la limite galiléenne dite « magnétique » de l'électromagnétisme classique due à J.-M. LÉVY-LEBLOND et M. LE BELLAC (voir plus loin) et ne pouvait pas décrire la propagation de la lumière. En effet, l'utilisation de l'équation de Lorenz $\left(\nabla \cdot \mathbf{A} + \frac{1}{c_L^2}\frac{\partial V}{\partial t} = 0\right)$ permet de montrer que les champs sont transverses en accord avec les expériences sur la polarisation malgré le fait que le potentiel vecteur a une composante longitudinale qui est égale à un gradient et qui donc ne génère pas de champ magnétique ainsi que de champ électrique car la contribution de la dérivée temporelle de cette composante longitudinale au champ électrique est annulée par la contribution du gradient spatial du potentiel scalaire [12, 15]. Ainsi, la lumière est non seulement caractérisée par une propagation transverse du potentiel vecteur (donc des champs) mais aussi par l'existence d'une propagation longitudinale du potentiel vecteur longitudinal et du potentiel scalaire.

Pour le lecteur averti et féru d'optique quantique, l'existence mathématique de cette composante longitudinale n'est pas une nouveauté car on la retrouve lorsque l'on quantifie le champ électromagnétique dans la « jauge de Lorenz » : aux trois composantes du potentiel vecteur et au potentiel scalaire correspondent quatre degrés de liberté en l'occurrence quatre types de photon dans la description quantique. Habituellement, on associe deux photons dits transverses aux deux projections possibles à 90° l'une de l'autre des champs électrique et magnétique. Le traitement des deux degrés de liberté restants (on parle de photon longitudinal et de photon temporel ou scalaire) est beaucoup moins clair dans la littérature.

Une première possibilité est d'éliminer ces deux photons encombrants en postulant la « jauge de Coulomb » et en précisant que ces photons n'ont pas de sens physique car ils sont modifiés par une transformation de jauge des potentiels [16]. Le lecteur aura compris que l'auteur rejette catégoriquement cette possibilité pour la simple raison que dans le cadre de sa théorie « avec du sens » l'équation de Coulomb ne peut décrire la propagation d'une onde lumineuse. De plus, il est bien connu que la contrainte de Coulomb n'est pas covariante suivant les transformations de Poincaré-Lorentz ce qui du point de vue de l'auteur est problématique quand il s'agit de décrire la propagation de la lumière qui est un phénomène relativiste einsteinien par excellence. Enrico FERMI a aussi rejeté cette manière de quantifier le champ électromagnétique en jauge de Coulomb avec la remarque suivante [17] : en « jauge de Coulomb », la divergence du champ électrique qui s'exprime uniquement comme la dérivée temporelle du potentiel vecteur devrait être nulle. Or, la présence d'une charge électrique (ou d'un défaut comme me l'a suggéré Jorge TREDICEE) contredit cette affirmation. Ainsi, une onde électromagnétique quelconque ne peut pas se résumer à la superposition d'ondes planes décrite dans la jauge de Coulomb.

Une deuxième possibilité qui a été envisagée pour quantifier le champ de manière covariante fait appel à un formalisme mathématique beaucoup plus sophistiqué dû à GUPTA et BLEULER qui utilise une variante de l'équation de Lorenz que l'on impose en moyenne sur des états quantiques mais ceci aboutit au problème dit de la métrique indéfinie pour laquelle la possibilité d'une norme négative apparaît dans la théorie en contradiction avec la mécanique quantique. Anton VAN OOSTEN a récemment résolu le problème de la métrique indéfinie en partant d'un lagrangien proposé par FERMI qui a la particularité de ne pas être invariant suivant les transformations de jauge et qui est covariant suivant les transformations de POINCARE-LORENZ [18]. De ce lagrangien, il en déduit grâce aux équations d'Euler-Lagrange les équations de Riemann pour le potentiel vecteur et le potentiel scalaire. Sa démarche est donc très proche du présent article excepté le fait qu'il postule l'équation de conservation de la charge et qu'il en déduit l'équation de Lorenz. Rappelons que, dans notre démarche, l'équation de conservation de la charge est déduite des équations de Riemann et de l'équation de Lorenz. VAN OOSTEN ne rejette pas les photons longitudinaux et temporels qui apparaissent naturellement dans sa manière de quantifier le champ. Cependant, il ne discute pas le sens physique de ces degrés de liberté supplémentaires.

L'auteur a montré que la propagation longitudinale de la lumière était strictement analogue à la propagation d'une onde acoustique [12]. C'est une conséquence directe de la théorie que de constater que la contribution du photon temporel (potentiel scalaire) équilibre la contribution du photon longitudinal (potentiel vecteur longitudinal) ce qui a pour conséquence leur non-observabilité pour une onde plane. Or, toutes les ondes électromagnétiques ne sont pas planes. Il suffit de penser au rayonnement d'un dipôle qui peut se scinder en trois zones : la zone proche où l'interaction se résume à une loi Coulombienne, la zone éloignée où le rayonnement est identique à une onde plane et la zone dite intermédiaire où le champ électrique a une composante longitudinale non-nulle. Du point de vue de l'auteur, cette non-annulation du champ électrique longitudinal est la résultante du non-équilibrage entre le photon temporel et le photon longitudinal. Peut-être avons-nous là, un système qui permettrait d'observer la contribution de ces deux degrés de liberté supplémentaires qui sont partie intégrante de la théorie de Riemann-Lorenz.

Ainsi, dans la théorie de Riemann-Lorenz, les équations de Lorenz et de Coulomb ne servent pas à fixer les potentiels mais sont des contraintes physiques en l'occurrence des équations de continuité électromagnétique.

## 5. LA COVARIANCE « RELATIVISTE » DE LA THEORIE DE RIEMANN-LORENZ

Selon les postulats de la théorie de Riemann-Lorenz, les potentiels sont solutions des équations de propagation de Riemann et sont liés par l'équation de Lorenz. Une formulation la plus générale de cette théorie doit montrer que l'on obtient à partir de ces cinq équations en utilisant les transformations de Poincaré-Lorentz, les transformations relativistes pour le quadri-vecteur potentiel afin d'en déduire les transformations relativistes pour le quadri--vecteur courant.

Soit deux référentiels inertiels R et $R'$ avec u la vitesse de R par rapport à $R'$ que l'on prendra selon $x'$ pour simplifier. Les transformations de Poincaré-Lorentz s'écrivent :

$$ct' = \gamma(c_L t + \beta x) \quad ; \quad x' = \gamma(\beta c_L t + x) \quad ; \quad y' = y \quad \text{et} \quad z' = z$$

avec : $$\beta = \frac{u}{c_L} \quad \text{et} \quad \gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\frac{u^2}{c_L^2}}}$$

On veut montrer que l'équation de Lorenz est covariante suivant ces transformations. Tout d'abord, les dérivées partielles selon l'espace et le temps sont modifiées. Par exemple, en utilisant $\frac{\partial}{\partial t} = \frac{\partial x'}{\partial t}\frac{\partial}{\partial x'} + \frac{\partial t'}{\partial t}\frac{\partial}{\partial t'}$, la dérivée temporelle devient $\frac{1}{c_L}\frac{\partial}{\partial t} = \gamma\left(\beta\frac{\partial}{\partial x'} + \frac{1}{c_L}\frac{\partial}{\partial t'}\right)$. De même, les dérivées spatiales s'écrivent $\frac{\partial}{\partial x} = \gamma\left(\frac{\partial}{\partial x'} + \beta\frac{1}{c_L}\frac{\partial}{\partial t'}\right)$, $\frac{\partial}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y'}$ et $\frac{\partial}{\partial z} = \frac{\partial}{\partial z'}$. On injecte les expressions des dérivées dans l'équation de Lorenz dans R :

$$0 = \frac{\partial}{\partial z}A_z + \frac{\partial}{\partial y}A_y + \frac{\partial}{\partial x}A_x + \frac{1}{c_L^2}\frac{\partial}{\partial t}V$$

$$0 = \frac{\partial}{\partial z'}A_z + \frac{\partial}{\partial y'}A_y + \gamma\left(\frac{\partial}{\partial x'} + \beta\frac{1}{c_L}\frac{\partial}{\partial t'}\right)A_x + \frac{1}{c_L}\gamma\left(\beta\frac{\partial}{\partial x'} + \frac{1}{c_L}\frac{\partial}{\partial t'}\right)V$$

$$0 = \frac{\partial}{\partial z'}A_z + \frac{\partial}{\partial y'}A_y + \frac{\partial}{\partial x'}\gamma\left(A_x + \frac{1}{c_L}\beta V\right) + \frac{1}{c_L}\frac{\partial}{\partial t'}\gamma\left(\beta A_x + \frac{1}{c_L}V\right)$$

Si le quadri-vecteur potentiel se transforme selon :

$$\frac{1}{c_L}V' = \gamma\left(\beta A_x + \frac{1}{c_L}V\right)$$

$$A_x' = \gamma\left(A_x + \frac{1}{c_L}\beta V\right)$$

$$A_y' = A_y \qquad A_z' = A_z$$

alors l'équation de Lorenz dans R′ est covariante selon les transformations de Poincaré-Lorentz :

$$0 = \frac{\partial}{\partial z'}A_z' + \frac{\partial}{\partial y'}A_y' + \frac{\partial}{\partial x'}A_x' + \frac{1}{c_L^2}\frac{\partial}{\partial t'}V' = \nabla'\cdot \mathrm{A}' + \frac{1}{c_L^2}\frac{\partial}{\partial t'}V$$

Nous allons maintenant montrer que les équations de Riemann sont covariantes relativistes avec les transformations précédentes du quadri-potentiel à condition que le quadri-courant se transforme de la même manière. L'opérateur d'Alembertien est invariant selon les transformations de Poincaré-Lorentz :

$$\frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{1}{c_L^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} = \frac{\partial^2}{\partial z'^2} + \frac{\partial^2}{\partial y'^2} + \gamma^2\left(\frac{\partial}{\partial x'} + \beta\frac{1}{c_L}\frac{\partial}{\partial t'}\right)^2 - \gamma^2\left(\beta\frac{\partial}{\partial x'} + \frac{1}{c_L}\frac{\partial}{\partial t'}\right)^2$$

$$= \frac{\partial^2}{\partial z'^2} + \frac{\partial^2}{\partial y'^2} + \left(\frac{\partial^2}{\partial x'^2} - \frac{1}{c_L^2}\frac{\partial^2}{\partial t'^2}\right)\gamma^2(1-\beta^2) = \frac{\partial^2}{\partial z'^2} + \frac{\partial^2}{\partial y'^2} + \frac{\partial^2}{\partial x'^2} - \frac{1}{c_L^2}\frac{\partial^2}{\partial t'^2}$$

Ainsi, les équations de Riemann dans R′ sont covariantes selon les transformations de Poincaré-Lorentz :

$$\left(\nabla'^2 - \frac{1}{c_L^2}\frac{\partial^2}{\partial t'^2}\right)A_z'(\mathbf{x}', t') = -\mu_0 j_z(\mathbf{x}, t)$$

$$\left(\nabla'^2 - \frac{1}{c_L^2}\frac{\partial^2}{\partial t'^2}\right)A_y'(\mathbf{x}', t') = -\mu_0 j_y(\mathbf{x}, t)$$

$$\left(\nabla'^2 - \frac{1}{c_L^2}\frac{\partial^2}{\partial t'^2}\right)A_x'(\mathbf{x}', t') = -\mu_0\gamma\left(j_x(\mathbf{x}, t) + \beta c_L\rho(\mathbf{x}, t)\right)$$

$$\left(\nabla'^2 \frac{1}{c_L^2}\frac{\partial^2}{\partial t'^2}\right)V'(\mathbf{x}', t') = -\gamma\left(\beta\frac{1}{c_L}\, j_x(\mathbf{x}, t) + \rho(\mathbf{x}, t)\right)/\,\varepsilon_0$$

à condition que le quadri-courant se transforme selon :

$$c_L\rho'(\mathbf{x}', t') = \gamma\left(\beta\, j_x(\mathbf{x}, t) + c_L\rho(\mathbf{x}, t)\right)$$

$$j_x'(\mathbf{x}',t') = \gamma(j_x(\mathbf{x},t) + \beta c_L\rho(\mathbf{x},t))$$

$$j_y'(\mathbf{x}', t') = j_y(\mathbf{x}, t) \qquad j_z'(\mathbf{x}', t') = j_z(\mathbf{x}, t)$$

Nous sommes maintenant en mesure de traiter le cas de la covariance selon les transformations galiléennes.

## 6. L'APPROXIMATION GALILEENNE DE LA THEORIE DE RIEMANN-LORENZ

Dans le cadre de l'approximation des régimes quasi-stationnaires où l'on néglige le retard dû à la propagation, les solutions aux équations de Riemann deviennent [3] :

$$V(M, t) \approx \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\iiint\frac{\rho(P, t)}{PM}d\tau$$

$$\mathbf{A}(M, t) \approx \frac{\mu_0}{4\pi}\iiint\frac{\mathbf{j}(P, t)}{PM}d\tau$$

Ces approximations sont solutions des équations suivantes :

$$\nabla^2\mathbf{A} \approx -\mu_0\mathbf{j}$$

$$\nabla^2 V \approx -\frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

L'auteur a montré de deux manières différentes soit en imposant la covariance galiléenne soit en raisonnant en ordre de grandeurs que l'équation de Lorenz est uniquement compatible avec la limite électrique de J.-M.Lévy-Leblond et M. Le Bellac de l'électromagnétisme galiléen [19] alors que l'équation de Coulomb est uniquement compatible avec la limite magnétique [15]. Le même résultat a été trouvé indépendamment avec un formalisme tensoriel plus sophistiqué par Marc de Montigny et al. [20]. Ainsi, comme il avait été prédit par l'auteur en se basant sur une analogie entre les équations de continuité hydrodynamiques et les équations de Lorenz et Coulomb [12], celles-ci sont des équations de continuité électromagnétique et l'équation de Coulomb est bien l'approximation galiléenne magnétique de l'équation de Lorenz qui seule décrit les phénomènes relativistes einsteiniens et les phénomènes galiléens électriques. En injectant ces équations dans les équations de Poisson de l'approximation des régimes quasi-stationnaires, on retrouve les deux limites d'équations de Heaviside-Hertz proposés par J.-M.LÉVY-LEBLOND et M. LE BELLAC en termes des champs [15] :

<u>*Limite magnétique*</u> *:* $\nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \quad \Rightarrow \quad \nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = -\nabla^2 \mathbf{A}$

$$\nabla^2 \mathbf{A} \approx -\mu_0 \mathbf{j} \quad \text{et} \quad \nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \quad \Rightarrow \quad \nabla \times \mathbf{B} \approx \mu_0 \mathbf{j}$$

$$\nabla^2 V \approx -\frac{\rho}{\varepsilon_0}, \quad \nabla \cdot \mathbf{A} = 0 \quad \text{et} \quad \mathbf{E} = -\partial_t \mathbf{A} - \nabla V \quad \Rightarrow \quad \nabla \cdot \mathbf{E} \approx \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{j} \approx 0$$

*Limite électrique :* $\nabla \cdot \mathbf{A} + \frac{1}{c_L^2}\frac{\partial V}{\partial t} = 0 \quad \Rightarrow \quad \nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla\left(-\frac{1}{c_L^2}\frac{\partial V}{\partial t}\right) - \nabla^2 \mathbf{A}$

$$\nabla^2 \mathbf{A} \approx -\mu_0 \mathbf{j}, \quad \nabla \cdot \mathbf{A} + \frac{1}{c_L^2}\frac{\partial V}{\partial t} = 0 \quad \text{et} \quad \mathbf{E} \approx -\nabla V \quad \Rightarrow \quad \nabla \times \mathbf{B} \approx \mu_0 \mathbf{j} + \frac{1}{c_L^2}\partial_t \mathbf{E}$$

$$\nabla^2 V \approx -\frac{\rho}{\varepsilon_0} \quad \text{et} \quad \mathbf{E} \approx -\nabla V \quad \Rightarrow \quad \nabla \cdot \mathbf{E} \approx \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

$$\nabla \cdot \mathbf{j} + \frac{\partial \rho}{\partial \mathbf{t}} = 0$$

Pour résumer : pour un problème donné, une seule « condition de jauge » (pour emprunter l'ancienne terminologie) est possible. Si le problème fait intervenir une onde ou la notion de retard, seule l'équation de Lorenz s'applique. Si le problème est galiléen, on doit distinguer les phénomènes magnétiques et les phénomènes électriques : l'équation de Coulomb s'applique dans le premier cas sinon c'est l'équation de Lorenz. Ce constat invalide l'argument II.

## 7. SUR L'INVARIANCE DE JAUGE

Avant de conclure, je voudrais revenir sur la sacro-sainte invariance de jauge qui semble disparaître de la théorie de Riemann-Lorenz. Si l'on fait un petit bilan, les potentiels ont un sens physique et sont définis en fonction de leurs sources et indépendamment des champs qui en dérivent. De part leur définition, les potentiels sont des grandeurs relatives qui dépendent d'une référence : c'est ce que nous appelons l'indétermination à une constante près. Ensuite, les transformations de jauge disparaissent de part l'absence de définition des potentiels en fonction des champs. De plus, les « conditions de jauge » qui servaient à fixer les potentiels se révèlent avoir une motivation physique.

L'auteur est tout à fait conscient que le rejet de la supposée symétrie appelée invariance de jauge qui caractérisait la théorie de Heaviside-Hertz semble être en contradiction flagrante avec le développement des théories dites de jauge durant les trente dernières années. Le lecteur doit se rendre compte que la théorie de Riemann-Lorenz décrit tous les faits expérimentaux connus à l'heure actuelle. Ceci signifie que l'on peut décrire l'électromagnétisme classique par une théorie pour laquelle l'invariance de jauge n'a pas de sens. Est-ce à dire que les autres théories de jauges sont caduques ? Non. L'auteur voudrait faire remarquer au lecteur à quel point la terminologie « théorie de jauge » est mal choisie. En effet, il suffit de penser à la relativité générale pour avoir selon la littérature un exemple de théorie de jauge. Cependant, sous ce vocabulaire, il faut absolument remarquer que l'invariance de jauge a un sens tout à fait différent de celle de la théorie de Heaviside-Hertz. On appelle invariance de jauge en relativité générale le fait que les équations d'Einstein de cette théorie sont invariantes suivant un changement de coordonnées. Corrélativement, on rajoute des conditions de jauges dans la théorie pour résoudre les équations d'Einstein et décrire par exemple la propagation des ondes gravitationnelles [21]. Bien entendu, ces conditions de jauges de la relativité générale n'ont aucun sens physique…

Nous avons essayé de convaincre le lecteur que les conditions de jauges en électromagnétisme ne sont le reflet que de notre ignorance : est-il possible que les conditions de jauge en relativité générale ou dans les autres théories de jauge puisse avoir un sens physique qui motiverait leur choix ? En effet, ne pas reconnaître leur statut d'équation signifiante conduit nécessairement à une indétermination qu'il faut pourtant lever dans les calculs.

## CONCLUSION

Cette conclusion se veut être une ouverture pour le lecteur. Plusieurs constats peuvent être faits. Avant de rejeter la théorie de Riemann-Lorenz, je pense qu'il faudrait étudier l'ensemble de ses conséquences et essayer de trouver une expérience qui permette de trancher avec la théorie de Heaviside-Hertz. Si la physique a pour but la quête de la vérité et du sens, la théorie de Riemann-Lorenz a au moins le mérite d'aider à la perception physique des phénomènes électromagnétiques. Je regrette l'absence presque totale dans la littérature française d'un débat sur les questions abordées dans cet article. C'est pourquoi, je renvoie le lecteur à la littérature malheureusement anglophone mais très abondante à la fois en articles pédagogiques [22-25], d'histoire des sciences [26-29], de recherche [30-34] et en livres [35-39] où les potentiels sont considérés à leur juste valeur. Plusieurs physiciens de renom ont exprimé leur croyance envers le caractère physiques des potentiels (J. Clerk MAXWELL, A. VASCHY, J.J. THOMSON, L. BOLTZMANN, P. DIRAC, L. DE BROGLIE, D. BOHM, R. FEYNMAN, A. TONOMURA, C. MEAD…) et continuer de nier le débat ne peut faire progresser la science.

## BIBLIOGRAPHIE

[1] Einstein A. *Œuvres choisies 2, Relativité I, Relativités restreinte et générale*. Seuil/CNRS, 1993, p. 30-58.

[2] DARRIGOL O. Electrodynamics from Ampère to Einstein. Oxford : University Press, 2000.

[3] Électromagnétisme, sous la direction de J.-M. BRÉBEC, 2$^{de}$ année PC-PC* / PSI-PSI*, Collection H-Prépa, Hachette Supérieure, 1998.

[4] MAXWELL J. Clerk. *A treatise on electricity and magnetism*, volume I et II. Clarendon Press, 1873 - réédité par Dover Publications, 1954.

[5] MAXWELL J. Clerk. *On physical lines of force (1861-2),* W.D. Niven, ed., The Scientific Papers of James Clerk Maxwell, 2 vols., New York, 1890.

[6] MAXWELL J. Clerk. *A dynamical theory of the electromagnetic field (1865),* W.D. Niven, ed., The Scientific Papers of James Clerk Maxwell, 2 vols., New York, 1890.

[7] MAXWELL J. Clerk. *On a method of making a direct comparison of electrostatic with electromagnetic force; with a note on the electromagnetic theory of light*, W.D. Niven, ed., The Scientific Papers of James Clerk Maxwell, 2 vols., New York, 1890.

[8] MAXWELL J. Clerk. *Experiment in magneto-electric induction (1868),* W.D. Niven, ed., The Scientific Papers of James Clerk Maxwell, 2 vols., tome 1, New York, 1890.

[9] JECH B. Variations sur le potentiel vecteur I, II, III, IV, V et VI. *Bull. Un. Phys.,* juin 1999, n° 815 (2) : I (p. 163-190) et II (p. 191-206) ;
janvier 2001, n° 830 (2) : III (p. 67-83), IV (p. 85-101), V (p. 103-127) et VI (p. 129-140).

[10] MOURIER G., L'invariance de jauge et la notion de système isolé : que signifie l'invariance de jauge pour un expérimentateur ? *Annales de la Fondation Louis De Broglie*, 2001, vol. 26, n° spécial, p. 345-351.

[11] WHITTAKER E.T. *A history of the theories of the ether and electricity*, I & II, London : Nelson, 1951-53.

[12] ROUSSEAUX G. et GUYON E. À propos d'une analogie entre la mécanique des fluides et l'électromagnétisme. *Bull. Un. Phys.,* février 2002, vol. 96, n° 841 (2), p. 107-136.
`http://www.udppc.asso.fr/bup/841/0841D107.pdf`

[13] DARRIGOL O. Henri Poincaré's criticism of *fin de siècle* electrodynamics. *Stud. Hist. Phil. Mod. Phys.,* 1995, vol. 26, n° 1, p. 1-44.

[14] GRANEK G. Poincaré's Contributions to relativistic dynamics. *Stud. Hist. Phil. Mod. Phys.*, 2000, vol. 31, n° 1, p. 15-48.

[15] ROUSSEAUX G. et DOMPS A. Remarques supplémentaires sur l'approximation des régimes quasi-stationnaires en électromagnétisme. *Bull. Un. Prof. Phys. Chim.,* novembre 2004, vol. 98, n° 868 (2), pages dans ce numéro.
`http://www.udppc.asso.fr/bup/863/08630621.pdf`

[16] COHEN-TANNOUDJI C., DUPONT-ROC J. et GRYNBERG G. *Processus d'interaction entre photons et atomes*. Paris : InterEditions, 1988.

[17] FERMI E. Quantum theory of radiation. *Review of Modern Physics*, january 1932, vol. 4, p.87-132.

[18] VAN OOSTEN A. A theory of electromagnetism with uniquely defined potentials and covariant conserved spin. *Eur. Phys. J. D.*, 2000, vol. 8, p. 9-12.

[19] LE BELLAC M. et LEVY-LEBLOND J.-M. Galilean electromagnetism. *Il Nuevo Cimento*, 1973, 11 Aprile, vol. 14B, n° 2 , p. 217-233.

[20] DE MONTIGNY M., KHANNA F.C. et SANTANA A.E. Nonrelativistic wave equations with gauge fields. *International Journal of Theoretical Physics*, april 2003, vol. 42, n° 4, p. 649-671.

[21] LEITE LOPES J. *Théorie relativiste de la gravitation*. Masson, 1993.

[22] SKINNER J.W. Experiments with magnetic vector potential. *Physics Education*, june 1975, p.266-271.

[23] KONOPINSKI E.J. What the electromagnetic vector potential describes. *American Journal of Physics*, 1978, 46 (5), p. 499-502.

[24] SEMON M.D. et TAYLOR J.R. Thoughts on the magnetic vector potential. *American Journal of Physics*, 1996, 64 (11), p. 1361-1369.

[25] CARPENTER C.J. et COREN R.L. Teaching electromagnetism in terms of potentials instead of fields. Proceedings of the Second European Conference on "Physics Teaching in Engineering Education", Budapest University of Technology and Economics.
http://www.bme.hu/ptee2000/papers/carpent.pdf

[26] BORK A. Maxwell and the vector potential. *Isis*, 1967, vol. 58, p. 210-222.

[27] Roche J. A critical study of the vector potential, *in* Physicists Look Back edited by John Roche, Adam Hilger, 1990, chap. 9, p. 144-168.

[28] ANDERSON R. Exploring the mathematical and interpretative strategies of Maxwell's treatise on electricity and magnetism. *Endeavour*, 2001, vol. 25 (4), p. 157-165.

[29] CAT J. Maxwell's problem of understanding potentials concretely : contiguous action, fields, illustration and the Coulomb Gauge, Preprint 101.
Max - Planck - Institut für Wissenschaftsgeschichte.
Max Planck Institute for the History of Science
http://www.mpiwg-berlin.mpg.de/preprint.htm

[30] CARPENTER C.J. Digital-pulse approach to electromagnetism. *IEE Proceedings-A*, september 1988, vol. 135, n° 7, p. 477-486.

[31] CARPENTER C.J. Electromagnetic energy and power in terms of charges and potentials instead of fields. *IEE Proceedings-A*, march 1989, vol. 136, n° 2, p. 55-65.

[32] CARPENTER C.J. Comparison of the practical advantages of alternative descriptions of electromagnetic momentum. *IEE Proceedings-A*, may 1989, vol. 136, n° 3, p. 101-113.

[33] CARPENTER C.J. Electromagnetic energy changes due to charges moving through constant, or zero, magnetic field. *IEE Proceedings-A*, january 1991, vol. 138, n° 1, p. 55-70.

[34] CARPENTER C.J. Electromagnetic induction in terms of the Maxwell force instead of magnetic flux. *IEE Proc.-Sci. Meas. Technol.,* july 1999, vol. 146, n° 4, p. 182-193.

[35] DE BROGLIE L. *Diverses questions de mécanique et de thermodynamique classiques et relativistes*. Springer, 1995, fin du chap. 3.

[36] FEYNMAN R., LEIGHTON R. et SANDS M. The Feynman Lectures on Physics, 1964, vol. 2, p. 15-7/15-14, Addison Wesley, Reading, Ma..

[37] TONOMURA A. *The quantum world unveiled by electron waves*. World Scientific, 1998.

[38] MEAD C., *Collective electrodynamics : Quantum foundations of electromagnetism.* M.I.T. Press, 2002.

[39] CARPENTER C.J. et COREN R.L. *Electromagnetics for the modern engineer*. Forthcoming Book.

**Germain ROUSSEAUX**
*Post-doctorant CNRS*
Institut du Non-Linéaire de Nice
Valbonne (Alpes-Martitimes)